/ /

نمذجة رياضية

حل أسئلة دورات

نموذج أسئلة الفحص: (حسب الدكتورة في آخر محاضرة)

السؤال الأول: نموذج خطي وإيجاد مرافقه.
السؤال الثاني: قد يكون ← برمجة صحيحة
← نموذج لا خطي يحول إلى خطي.
← سؤال برمجة لا خطية (مضاريب لاغرانج)
السؤال الثالث: أحد نماذج إدارة المخزون (نظري)
السؤال الرابع: برمجة ديناميكية.

~~~ دورة الفصل الثاني 2014 ~~~

السؤال الأول:

نفرض x_1, x_2, x_3, x_4 الكمية المنتجة من المنتجات
A, B, C, D على الترتيب.

دالة الهدف: تحقيق أكبر ربح ممكن:

$$Z = 9x_1 + 12x_2 + 15x_3 + 11x_4$$

شروط الوقت:

$$0.5x_1 + 1.5x_2 + 1.5x_3 + x_4 \leq 1500$$
$$3x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 \leq 1700$$
$$2x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 \leq 2600$$
$$0.5x_1 + x_2 + 0.5x_3 + 0.5x_4 \leq 1200$$
~~~

/ /

شروط الإنتاج :

$x_1 \geq 150$
$x_2 \geq 100$
$x_3 \geq 300$
$x_4 \geq 400$

إن شروط عدم السلبية متضمنة في الشروط الأربعة الأخيرة ، لذا لا داعي لكتابتها.

ومنه فالنموذج الرياضي : أوجد القيمة العظمى للتابع :

$$Z = 9x_1 + 12x_2 + 15x_3 + 11x_4 \longrightarrow Max$$

ضمن القيود :

$$0.5x_1 + 1.5x_2 + 1.5x_3 + x_4 \leq 1500$$
$$3x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 \leq 1700$$
$$2x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 \leq 2600$$
$$0.5x_1 + x_2 + 0.5x_3 + 0.5x_4 \leq 1200$$
$$x_1 \geq 150$$
$$x_2 \geq 100$$
$$x_3 \geq 300$$
$$x_4 \geq 400$$

السؤال الثاني :

1) إن نموذج النقل هذا هو نموذج مغلق لأن :
مجموع طلبيات المطابع = مجموع الطاقات الإنتاجية للمعامل = 225

نفرض x_{ij} الكمية المنقولة من المعمل i إلى المطبعة j
حيث $i = \overline{1,3}$, $j = \overline{1,4}$

المطابع / المعامل	B_1	B_2	B_3	B_4	الطاقة الإنتاجية
A_1	6 x_{11}	4 x_{12}	2 x_{13}	5 x_{14}	60
A_2	9 x_{21}	8 x_{22}	7 x_{23}	4 x_{24}	90
A_3	4 x_{31}	3 x_{32}	2 x_{33}	8 x_{34}	75
الحاجة	85	40	46	54	

شروط المعامل :

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 60$$
$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 90$$
$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 75$$

شروط المطابع :

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 85$$
$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 40$$
$$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 46$$
$$x_{14} + x_{24} + x_{34} = 54$$

شروط عدم السلبية :

$$x_{ij} \geq 0 \quad ; \quad i = \overline{1,3} \quad , \quad j = \overline{1,4}$$

دالة الهدف : أقل تكلفة ممكنة :

$$L = 6x_{11} + 4x_{12} + 3x_{13} + 5x_{14} + 9x_{21} + 8x_{22} +$$
$$+ 7x_{23} + 4x_{24} + 4x_{31} + 3x_{32} + 2x_{33} + 8x_{34}$$

ومنه فالنموذج الرياضي : أوجد القيمة الصغرى للتابع :

$$L = 6x_{11} + 4x_{12} + 2x_{13} + 5x_{14} + 9x_{21} + 8x_{22} +$$
$$+ 7x_{23} + 4x_{24} + 4x_{31} + 3x_{32} + 2x_{33} + 8x_{34} \longrightarrow Min$$

ضمن القيود :

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 60$$
$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 90$$
$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 75$$
$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 85$$
$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 40$$
$$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 46$$
$$x_{14} + x_{24} + x_{34} = 54$$
$$x_{ij} \geq 0 \quad ; \quad i = \overline{1,3} \quad , \quad j = \overline{1,4}$$

ج) إذا كانت الطاقة الإنتاجية للمعمل A_1 هي 70 بدلاً من 60 ، فإن نموذج النقل سيصبح مفتوحاً حيث أن مجموع الطاقات الإنتاجية سيصبح أكبر من مجموع حاجات المطابع بـ ١٠ ، لذا نضيف مطبعة وهمية B_5 حاجتها تساوي 10 وكلفة النقل إليها من كل معمل تساوي الصفر .

المطابع / المعامل	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	الطاقة الإنتاجية
A_1	6 x_{11}	4 x_{12}	2 x_{13}	5 x_{14}	0 x_{15}	70
A_2	9 x_{21}	8 x_{22}	7 x_{23}	4 x_{24}	0 x_{25}	90
A_3	4 x_{31}	3 x_{32}	2 x_{33}	8 x_{34}	0 x_{35}	75
الحاجة	85	40	46	54	10	

Subject: / /

نفرض x_{ij} الكمية المنقولة من المعمل i إلى الطبقة j

حيث: $i = \overline{1,3}$, $j = \overline{1,5}$

شروط المعامل:

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} = 70$$
$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} = 90$$
$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} = 75$$

شروط المطابع:

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 85$$
$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 40$$
$$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 46$$
$$x_{14} + x_{24} + x_{34} = 54$$
$$x_{15} + x_{25} + x_{35} = 10$$

شروط عدم السلبية:

$$x_{ij} \geqslant 0 \quad ; \quad i = \overline{1,3} \quad , \quad j = \overline{1,5}$$

دالة الهدف: أقل تكلفة ممكنة:

$$L = 6x_{11} + 4x_{12} + 2x_{13} + 5x_{14} + 9x_{21} + 8x_{22} + 7x_{23} + 4x_{24} + 4x_{31} + 3x_{32} + 2x_{33} + 8x_{34}$$

ومنه فالنموذج الرياضي: - - - -

السؤال الثالث: غير مطلوب.

السؤال الرابع: نظري في المحاضرة 17

Subject: / /

~~~ الدورة الاستثنائية 2014 ~~~

السؤال الأول:

1) نفرض x_1, x_2 الكميات المنتجة من المنتجات A , B على الترتيب.

شروط المواد:

$$2x_1 + 3x_2 \leq 19$$
$$2x_1 + x_2 \leq 13$$
$$3x_2 \leq 15$$
$$3x_1 \leq 18$$

شروط عدم السلبية:

$$x_1 \geq 0 \quad , x_2 \geq 0$$

دالة الهدف: أكبر ربح ممكن:

$$Z = 7x_1 + 5x_2$$

ومنه فالنموذج الرياضي: أوجد القيمة العظمى للتابع:

$$Z = 7x_1 + 5x_2 \longrightarrow Max$$

ضمن القيود:

$$2x_1 + 3x_2 \leq 19$$
$$2x_1 + x_2 \leq 13$$
$$3x_2 \leq 15$$
$$3x_1 \leq 18$$
$$x_1 \geq 0 \quad , x_2 \geq 0$$

2) النموذج المرافق: أوجد القيمة الصغرى للتابع:

$$L = 19y_1 + 13y_2 + 15y_3 + 18y_4 \longrightarrow Min$$

ضمن القيود:

$$2y_1 + 2y_2 + 3y_4 \geq 7$$
$$3y_1 + y_2 + 3y_3 \geq 5$$
$$y_1 , y_2 , y_3 , y_4 \geq 0$$
~~~

Subject: / /

السؤال الثاني : في دورة التحليل : مسألة النفقة الثابتة في المحاضرة العاشرة .
في دورة التطبيقية : غير مطلوب .

السؤال الثالث : المحاضرة الخامسة عشرة .

السؤال الرابع :

1) إن نموذج النقل مغلق لأن مجموع الطاقات الإنتاجية للمصانع يساوي مجموع حاجات المشاريع ويساوي 380 .

نفرض x_{ij} الكمية المنقولة من المصنع i إلى المشروع j
حيث : $i=\overline{1,3}$, $j=\overline{1,5}$

شروط المصانع :

$$x_{11}+x_{12}+x_{13}+x_{14}+x_{15}=110$$
$$x_{21}+x_{22}+x_{23}+x_{24}+x_{25}=140$$
$$x_{31}+x_{32}+x_{33}+x_{34}+x_{35}=130$$

شروط المشاريع :

$$x_{11}+x_{21}+x_{31}=100$$
$$x_{12}+x_{22}+x_{32}=40$$
$$x_{13}+x_{23}+x_{33}=70$$
$$x_{14}+x_{24}+x_{34}=80$$
$$x_{15}+x_{25}+x_{35}=90$$

شروط عدم السلبية : $x_{ij}\geq 0 \;;\; i=\overline{1,3}\;,\; j=\overline{1,5}$

دالة الهدف : أقل كلفة نقل ممكنة :

$$L=4x_{11}+x_{12}+3x_{13}+6x_{14}+9x_{15}+5x_{21}+2x_{22}+6x_{23}+$$
$$+4x_{24}+8x_{25}+6x_{31}+4x_{32}+2x_{33}+5x_{34}+7x_{35}$$

Subject: /   /

ج) في حال كانت الطاقة الإنتاجية للمصنع A_1 هي 125
فسيصبح مجموع الطاقات الإنتاجية للمصانع أكبر من مجموع حاجات المشاريع بـ 15
ومنه فالنموذج مفتوح ، لذا نضيف مشروعاً وهمياً B_6 حاجته 15
بحيث تكون تكلفة النقل من كل المصانع إليه مساوية للصفر

المشاريع / المصانع	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	الطاقة الإنتاجية
A_1	4 x_{11}	1 x_{12}	3 x_{13}	6 x_{14}	9 x_{15}	0 x_{16}	125
A_2	5 x_{21}	2 x_{22}	6 x_{23}	4 x_{24}	8 x_{25}	0 x_{26}	140
A_3	6 x_{31}	4 x_{32}	2 x_{33}	5 x_{34}	7 x_{35}	0 x_{36}	130
الحاجة	100	40	70	80	90	15	

نفرض x_{ij} الكمية المنقولة من المصنع i إلى المشروع j
حيث : $i=\overline{1,3}$, $j=\overline{1,6}$

دالة الهدف : أقل كلفة نقل ممكنة :

$$L = 4x_{11} + x_{12} + 3x_{13} + 6x_{14} + 9x_{15} + 5x_{21} + 2x_{22} + 6x_{23} + 4x_{24} + 8x_{25} + 6x_{31} + 4x_{32} + 2x_{33} + 5x_{34} + 7x_{35}$$

شروط المصانع :

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} = 125$$
$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} = 140$$
$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} + x_{36} = 130$$

Subject:

شروط المشاريع :

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 100$$
$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 40$$
$$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 70$$
$$x_{14} + x_{24} + x_{34} = 80$$
$$x_{15} + x_{25} + x_{35} = 90$$
$$x_{16} + x_{26} + x_{36} = 15$$

شروط عدم السلبية :

$$x_{ij} \geq 0 \quad ; \quad i = \overline{1,3} \quad , \quad j = \overline{1,6}$$

ومنه فالنموذج الرياضي : أوجد القيمة الصغرى للتابع :

$$L = \text{-----} \longrightarrow Min$$

ضمن القيود :

⋮